Mathematik des Freiwurfs

Article · January 2008

DOI: 10.1007/978-3-8348-9604-9_6

Matthias Ludwig
Goethe-Universität Frankfurt am Main

6 Mathematik des Freiwurfs

Anfang 2004 wurde in der Wochenzeitung DIE ZEIT in einer Reportage mit dem Titel „Angewandte Theorie“ über Holger Geschwindner, Coach und Berater von Deutschlands bestem Basketballspieler Dirk Nowitzki, berichtet. Nun ist ein Bericht über so eine exzentrische, aber erfolgreiche Persönlichkeit nichts Außergewöhnliches. Außergewöhnlich ist, dass Geschwinder in dieser Reportage erzählt, wie er seine Kenntnisse aus dem Mathematikstudium benutzt hat, um das Basketballspiel von Dirk Nowitzki zu verbessern. Als Geschwindner damals seine Theorie Kollegen vorstellte, wurde er belächelt. Sie stand ja auch in keinem Lehrbuch für Basketball. Seine Idee fasste er so zusammen:

„Ich habe mir damals ein Stück Papier genommen und mich gefragt: Gibt es einen Schuss, bei dem ich Fehler machen darf und der Ball trotzdem durch den Ring fällt? Und dann habe ich eine Skizze gezeichnet: Der Ball muss mindestens einen Einfallswinkel von 32 Grad haben, Dirk ist 2,13 Meter groß, seine Arme haben eine bestimmte Länge, und wenn man dann noch die Gesetze der Physik kennt, kommt man schnell zu einer Problemlösung.“ (zitiert nach ZEIT 2004/04)

Der Freiwurf

Wir wollen diese Idee, welche in der ZEIT nicht weiter ausgeführt wurde, aufgreifen und einmal konsequent durchrechnen. Es ist ja wirklich hochinteressant, was sich Geschwindner da ausgedacht hat. Er suchte einen Wurf bzw. eine Wurftechnik, bei dem bzw. bei der man Fehler machen kann und der Wurf trotzdem von Erfolg gekrönt ist. Er suchte also den für einen Spieler optimalen Wurf. Wir haben es, wie so oft im Leben, mit einem Optimierungsproblem zu tun und wir haben wieder guten Grund zur Annahme, dass uns die Mathematik hier weiterhilft. Wie bei allen mathematischen Modellierungen müssen wir auch hier Einschränkungen machen, um uns dem Problem zu nähern. Wir können uns auf eine von den Regeln des Basketballspiels vorgegebene standardisierte Wurfsituation zurückziehen: den Freiwurf. Der Freiwurf ist nur ansatzweise mit einem Strafstoß im Fußball vergleichbar. Beim Basketballspiel führt ein

Foul des Gegners beim Korbversuch zu Freiwürfen. Die Anzahl der Freiwürfe wird je nach Situation und Position des Gefoulten festgelegt. Es können zwischen einem und maximal drei Wurfversuchen sein. Ein Korbtreffer bei einem Freiwurf zählt immer einen Punkt.

Abb. 6-1

Dirk Nowitzki beim Freiwurf während eines NBA Spiels

Bildrechte: Creative Commons/ Jendrik Schmidt

Es macht also durchaus Sinn, diesen Freiwurf zu trainieren, um in Stresssituationen wichtige Punkte zu holen. Wir wollen hier versuchen, den optimalen Freiwurf zu bestimmen, bei dem der Ball ziemlich sicher durch den Ring fällt. Allerdings beschränken wir uns auf den Fall, dass der Ball direkt durch den Ring fällt. Das heißt, er darf nicht erst an das Brett springen und anschließend durch den Ring fallen oder den Ring berühren.

Die Situation stellt sich also wie folgt dar:

Ein Spieler wirft von der Freiwurfmarke, welche sich in der Entfernung x_k von der Korbmitte befindet, in der Höhe h ab. Der Korb hängt in einer Höhe y_k von 10 Fuß (das sind ziemlich genau 3,05 m) und hat einen Innendurchmesser von 45 cm. Weiter gehen wir in diesem Modell davon aus, dass die Dicke des Rings zu vernachlässigen ist. Der Basketball selbst hat einen Umfang von 75 cm und damit einen Durchmesser von fast 24 cm, also ein bisschen mehr als die Hälfte des Ringdurchmessers. In Abbildung 6-1 sieht man die Situation in der Realität. In Abbildung 6-2 ist die Situation schematisch dargestellt.

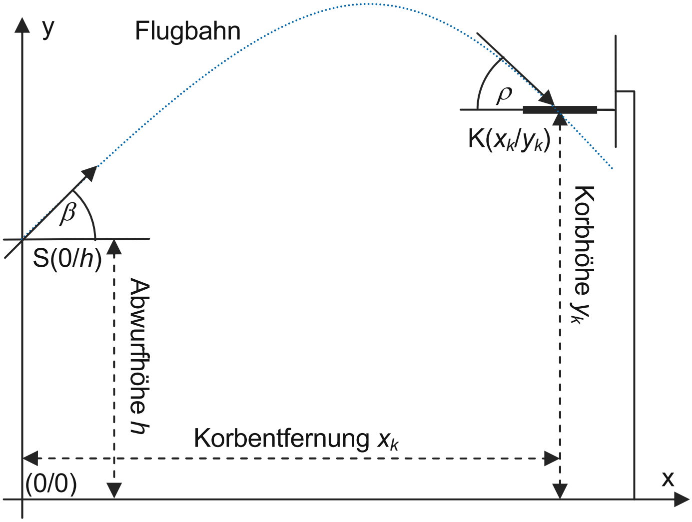


Abb. 6-2

Die schematische Darstellung der Freiwurfsituation

Wir betrachten die Situation ganz nüchtern und transferieren sie in ein kartesisches Koordinatensystem. Den Abwurfpunkt des Spiels legen wir in S(0/h), die Korbmitte liegt bei K(x_k/3,05). Die Entfernung x_k variiert je nach Regelwerk. Aber nehmen wir einfach mal den Wert aus dem Regelwerk der NBA (National Basketball Association). Die Entfernung x_k wird hier mit 4,19 m angegeben. Die Flugbahn des Basketballs wird, da wir die Reibung vernachlässigen können, eine Parabel sein. Wir werden in diesem Kapitel auf eine grundlegende Herleitung der Wurfparabel verzichten, da dies schon in Kapitel 5 geschehen ist. Leser, welche das Freiwurfkapitel zuerst lesen, mögen dies entschuldigen.

Nun gibt es unendlich viele Parabeln, die man durch die zwei Punkte S und K legen kann. Aus diesen unendlich vielen Möglichkeiten müssen wir diejenigen auswählen, welche dem Sportler die meisten Fehler erlauben.

Zunächst stellen wir ganz unbedarft die Funktionsgleichung aller Parabeln auf, die durch die Punkte S und K verlaufen. Basketballfans mögen mir jetzt verzeihen: natürlich zielt man nicht auf den Punkt K, sondern auf die Vorderkante des Rings, aber mathematisch müssen wir durch die Korbmitte also den Punkt K. Wir kennen zunächst nur die Koordinaten von

S(0/h) und K(x_k/y_k). Daraus ergeben sich mit Hilfe der Funktionsgleichung für die allgemeine Parabel

$$p(x) = ax^2 + bx + c \tag{6-1}$$

folgende Bedingungen:

$$p(0) = h \tag{6-2}$$

$$p(x_k) = y_k = ax_k^2 + bx_k + c\,. \tag{6-3}$$

Da wir nur zwei Gleichungen haben, werden wir einen Parameter behalten müssen. Wir entscheiden uns für a. Es ist c aus Gleichung (6-2) schon bestimmt. Bestimmen wir also b aus (6-3):

$$b = \frac{y_k - h}{x_k} - ax_k\,. \tag{6-4}$$

Wir erhalten so die Gleichung für alle Parabeln, welche durch die Punkte S und K verlaufen:

$$p_a(x) = ax^2 + \left(\frac{y_k - h}{x_k} - ax_k\right)x + h\,. \tag{6-5}$$

Abb. 6-3

In diesem Bild sieht man, wie klein der Ball im Vergleich zum Ring ist. Der Ring hat fast den doppelten Durchmesser wie der Ball.

Bildrechte: Daniel Pieper

Um uns einen ersten Überblick über den Verlauf der Wurfparabeln zu verschaffen, setzen wir reale Werte ein: Für die Korbmitte, welche durch den Punkt K(x_k/y_k) symbolisiert wurde, verwenden wir K(4,19/3,05). Die Höhe, in der der Sportler abwirft, legen wir auf 2 m fest. Wir erhalten:

$$p_a(x) = ax^2 + \left(\frac{1{,}05}{4{,}19} - 4{,}19 \cdot a\right)x + 2 \,. \tag{6-6}$$

Aus Abbildung 6-4 wird natürlich sofort ersichtlich, dass nicht alle Wurfparabeln zum Erfolg führen werden, denn der Ball muss ja von oben durch den Ring fallen. Mit bloßem Auge kann man hier schon einige ausschließen. Die Frage ist aber, welche Wurfparabeln gerade noch erlaubt sind. Man muss also den Minimalwinkel ρ kennen, unter dem der Ball gerade noch durch den Ring fällt. Kennen wir diesen Winkel ρ, so kann man schon an der Zeichnung die gültigen Wurfparabeln herausfinden und somit auf das Entscheidende, den Abwurfwinkel β im Punkt S, schließen.

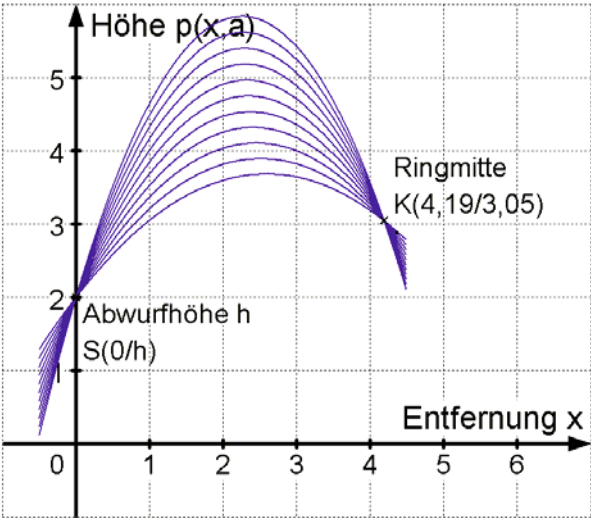


Abb. 6-4

Verschiedene Wurfparabeln durch die Punkte S und K

Der Abwurfwinkel

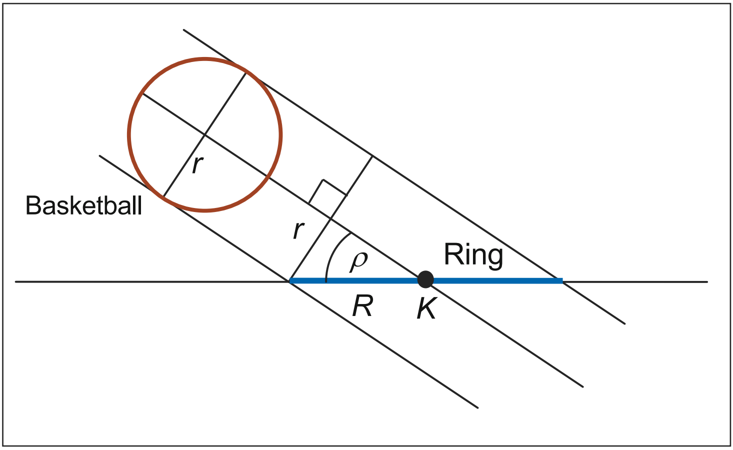
Wenn wir uns eine detaillierte Zeichnung von der Situation machen (siehe Abbildung 6-5), so lässt sich der minimale Winkel leicht mit trigonometrischen Funktionen berechnen. Wir erhalten für ρ

$$\rho = \sin^{-1}\left(\frac{r}{R}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{24\,\text{cm}}{45\,\text{cm}}\right) \tag{6-7}$$

$$\rho = \sin^{-1}(0{,}533..) \approx 32{,}23^\circ \approx 32^\circ\,. \tag{6-8}$$

Abb. 6-5

Bestimmung des minimalen Einfallswinkels ρ



Mit diesem minimalen Winkel ρ können wir weiterarbeiten. Der Vollständigkeit halber sei auch erwähnt, dass es auch einen Maximalwinkel gibt, welcher nicht überschritten werden darf. Dieser Winkel wird zum einen durch die Hallendecke vorgegeben (siehe auch Abbildung 6-4), zum anderen durch die Kraft des Spielers. Für einen größeren Winkel braucht man entsprechend mehr Wurfkraft, da der Ball dann entsprechend höher fliegen muss, um den Korb zu erreichen.

Wir konzentrieren uns aber weiter auf den minimalen Winkel. Mit Hilfe der Differentialrechnung bestimmen wir die Steigung im Punkt K und bringen diese in Beziehung zum Winkel ρ. So kann man dann einen Maximalwert für den Parameter a abschätzen und den Abwurfwinkel β im Punkt S bestimmen:

$$p_a(x) = ax^2 + \left(\frac{y_k - h}{x_k} - ax_k\right)x + h \tag{6-9}$$

$$\frac{dp_a(x)}{dx} = 2ax + \frac{y_k - h}{x_k} - ax_k \,. \tag{6-10}$$

Der Einfallswinkel ρ muss größer als 32° sein bzw. die Steigung am Punkt K kleiner als –tan32°:

$$p_a'(x_k) = ax_k + \frac{y_k - h}{x_k} \leq -\tan 32° \tag{6-11}$$

$$a \leq -\frac{1}{x_k}\left(\tan 32° + \frac{y_k - h}{x_k}\right). \tag{6-12}$$

Nun haben wir eine Abschätzung des Parameters *a*, damit können wir nun die Steigungen der Parabeln im Punkt S(0/*h*) bestimmen:

$$p_h'(0) = \frac{y_k - h}{x_k} - ax_k \geq \frac{y_k - h}{x_k} + \tan 32° + \frac{y_k - h}{x_k} \tag{6-13}$$

$$p_h'(0) \geq 2\frac{y_k - h}{x_k} + \tan 32° \,. \tag{6-14}$$

Wir haben damit sogar die Steigung im Punkt S(0/*h*) in Abhängigkeit von der Abwurfhöhe *h* bestimmt. Den Winkel erhält man über den Zusammenhang von:

$$p_h'(0) = \tan\beta \tag{6-15}$$

$$\beta(h) \geq \tan^{-1}\left(2\frac{y_k - h}{x_k} + \tan 32°\right) \tag{6-16}$$

$$\beta(2) \geq \tan^{-1}\left(2\frac{3{,}05 - 2}{4{,}19} + \tan 32°\right) \approx 48{,}4° \,.$$

Wir erhalten also in unserem speziellen Fall für *h* = 2 m einen Abwurfwinkel β von ungefähr 48,4°. Je größer der Werfer, desto kleiner wird dieser Winkel. Für Dirk Nowitzki, der wohl bei 2,50 m abwerfen wird, reicht ein Abwurfwinkel von ungefähr 41,6°. Der Funktionsgraph in Abbildung 6-6 zeigt den allgemeinen Zusammenhang.

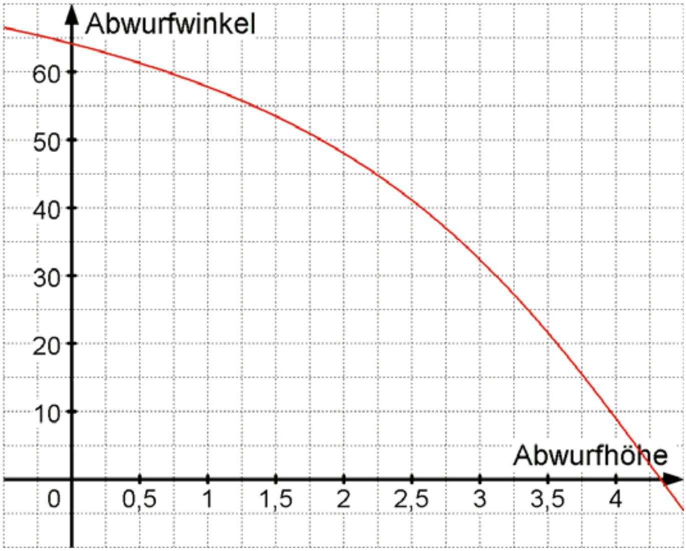


Abb. 6-6

Der Abwurfwinkel α in Abhängigkeit von der Abwurfhöhe h

Die Abwurfgeschwindigkeit

Damit wissen wir zwar, mit welchem Winkel β wir in der Höhe h abwerfen müssen, aber es fehlt natürlich noch die Information, mit welcher Geschwindigkeit der Ball abzuwerfen ist. Ist er zu langsam, so wird die Flugbahn zu kurz und der Ball fällt vor dem Korb hinunter. Ist er zu schnell, so prallt er im besten Fall gegen das Brett und fällt eventuell durch den Ring. Der Ball kann natürlich auch in einem größeren Winkel als β abgeworfen werden. Auch dann ist es möglich, dass der Ball durch den Ring fällt. Er muss dann aber sicher mit einer anderen Geschwindigkeit abgeworfen werden. Wir können aber festhalten, dass es zu jedem Winkel α größer β eine Geschwindigkeit geben muss, mit der man durch den Ring trifft.

Wir sind unserem Ziel, den optimalen (Frei-)Wurf für jeden Spieler zu bestimmen, auf den ersten Blick kaum näher gekommen, aber wir haben uns mit der Situation so vertraut gemacht, dass wir nun etwas klarer sehen.

Um nun weiterzuarbeiten, benötigen wir die Gleichung der Wurfparabel, in der die Abwurfgeschwindigkeit v, der Abwurfwinkel α sowie die Abwurfhöhe h als Parameter eine Rolle spielen. Auch hier verweise ich auf Kapitel 5, wo wir uns schon über die optimale Wurfweite beim Kugelstoßen Gedanken gemacht haben. Wir erhielten dort in Gleichung (5-21) folgende Funktionsgleichung:

$$p(x) = \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v^2 \cdot \cos^2\alpha} + h \,. \tag{6-17}$$

Nun haben wir zwar mit dem konstanten Glied die Abwurfstelle mit $S(0/h)$ fixiert, aber durch diesen Punkt verlaufen wieder unendlich viele Parabeln, auch solche, welche gar nicht durch die Mitte des Rings, also unseren Punkt K verlaufen. Wie schaffen wir es, dass die Wurfparabeln durch die Ringmitte verlaufen? Nun, wir zwingen die Parabel einfach dazu, durch den Punkt $K(x_k, y_k)$ zu verlaufen, indem wir den Punkt K in die Gleichung (6-17) einsetzen. Wir erhalten nun nur noch eine Abhängigkeit zwischen der Abwurfgeschwindigkeit v und dem Abwurfwinkel α. Das heißt, wir wissen nun, für welchen Winkel α welche Abwurfgeschwindigkeit v notwendig ist, um durch die Mitte des Rings zu treffen.

$$y_k = \tan\alpha \cdot x_k - \frac{g}{2} \cdot \frac{{x_k}^2}{v^2 \cdot \cos^2\alpha} + h \,. \tag{6-18}$$

Wir lösen diese Gleichung nach v auf und erhalten

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot x_k^2}{2\left(x_k \cdot \tan\alpha + h - y_k\right) \cdot \cos^2\alpha}} \,. \tag{6-19}$$

Für folgende numerischen Werte

$$g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,, x_k = 4{,}19\,\mathrm{m}, \quad y_k = 3{,}05\,\mathrm{m}$$

erhalten wir

$$v_h(\alpha) = \sqrt{\frac{172{,}22}{2\left(4{,}19\tan\alpha + h - 3{,}05\right) \cdot \cos^2\alpha}} \,. \tag{6-20}$$

Tragen wir nun den Abwurfwinkel α gegen die Geschwindigkeit $v_h(\alpha)$ auf, so erhalten wir in Abbildung 6-7 folgendes Bild:

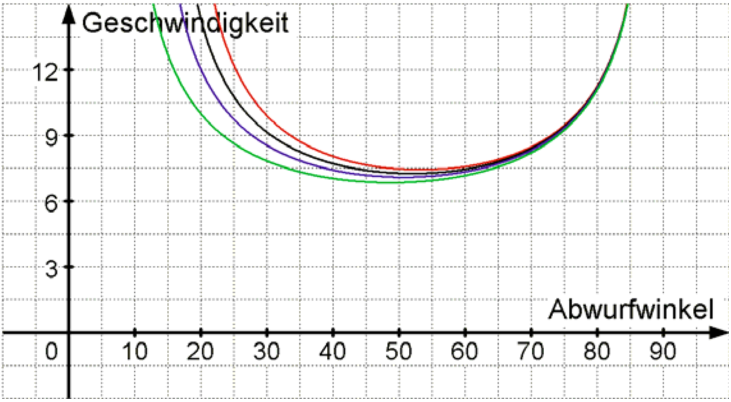


Abb. 6-7

Jede Farbe entspricht einer anderen Abwurfhöhe h:

1,8 m → Rot
2,0 m → Schwarz
2,2 m → Blau
2,5 m → Grün

Was bedeuten jetzt eigentlich diese Graphen? Jeder Punkt auf dem Graphen entspricht einem Koordinatenpaar von Abwurfwinkel β und Abwurfgeschwindigkeit v, bei dem der Ball ganz sicher durch die Mitte des Rings fallen wird. Denn das war ja unsere Nebenbedingung, welche wir in Gleichung (6-18) haben einfließen lassen.

Wir sind also unserem Ziel des optimalen Freiwurfes ein wenig näher gekommen. Wir stellen auch fest, dass die Abwurfhöhe h nicht vernachlässigt werden kann. Neben dem minimalen Abwurfwinkel beeinflusst die Körpergröße bzw. die Abwurfhöhe h auch noch andere Parameter. Für unsere weitere Betrachtung verwenden wir deshalb stellvertretend für die anderen Körpergrößen nur noch eine Abwurfhöhe von 2,20 m. Aus Abbildung 6-6 kann man ablesen, dass für diese Abwurfhöhe gilt, dass man mindestens mit einem Winkel von 45° abwerfen muss. Weiter sehen wir, dass dieser Graph in der Nähe von 50° ein ganz flaches Minimum aufweist. Die exakten Werte des Minimums betragen (50,73°/ 7,10 m/s). Man erhält diese durch Bestimmung der Nullstelle der Ableitung von Gleichung (6-20). Der Vorteil eines flachen Minimums ist der, dass man bei der unabhängigen Variable (hier ist es der Abwurfwinkel α) etwas verändern kann und sich dadurch bei der abhängigen Variable (in unserem Falle ist es die Abwurfgeschwindigkeit v) nur wenig verändert. Konkret auf die Basketballsituation angewandt bedeutet das, dass man beim Abwurfwinkel β ruhig ein bisschen wackeln darf. Bei der Abwurfgeschwindigkeit sollte man dies nicht tun, sie sollte stets konstant auf dem jeweils optimalen Level gehalten werden. Dies ist auch sehr gut möglich, da die Drucksensitivität in den Fingern erstaunlich hoch ist. Um diese bei den Basketballspielern noch zu erhöhen, werden sie dazu angehalten, ein Saiteninstrument zu lernen, denn man hat festgestellt, dass Musiker, welche ein Saiteninstrument spielen, die höchste Drucksensibilität in den Fingerkuppen aufweisen. Spitzenreiter sind hier die Violinisten. Holger Geschwindner ist zwar Perfektionist, aber in diesem Fall gibt er sich damit zufrieden, dass seine Schützlinge Gitarre lernen. Kommen wir wieder zurück zum optimalen Wurf: Wir haben auch noch gar nicht berücksichtigt, dass der Durchmesser des Basketballs deutlich kleiner ist als der Durchmesser des Korbringes (siehe Abbildung 6-3). Das bedeutet wiederum, dass es durchaus Abweichungen von der „optimalen“ Wurfparabel geben darf. Wobei wir mit „optimal“ meinen, dass die Wurfparabel genau durch die Korbmitte K verläuft. Ob das wirklich „optimal“ ist, werden wir noch sehen.

Sportlertyp	Abwurfhöhe h	Optimaler Abwurfwinkel	Optimale Geschwindigkeit v	Winkelbereich Abwurfwinkel
Sportler 1	1,8 m	53°	7,42 m/s	53°–55°
Sportler 2	2,0 m	52°	7,26 m/s	50°–55°
Sportler 3	2,2 m	51°	7,10 m/s	48°–55°
Sportler 4	2,5 m	49°	6,84 m/s	46°–54°
„Sportler 5“	3,05 m	45°	6,41 m/s	41°–50°

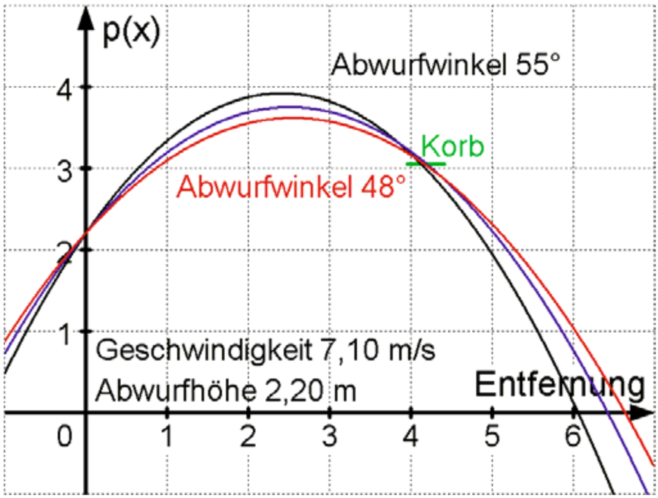
Tab.6-1

Einige Abwurfhöhen h und die dazugehörigen optimalen Freiwurfwerte

Man erkennt, dass die erlaubten Spielräume beim Abwurfwinkel stark von der Abwurfhöhe h abhängen. Für große Sportler gilt, dass die Spielräume größer sind. Das hat zwei Gründe, der erste ist banal: Große Spieler sind näher am Korb und damit macht sich eine Winkelabweichung nicht so stark bemerkbar. Der zweite Grund: Je näher man mit der Abwurfhöhe der Korbhöhe kommt, desto symmetrischer wird die Wurfparabel. Die Winkelabweichungen sind dadurch in beide Richtungen gleich gut möglich. Berechnet man die numerischen Schnittpunkte von Wurfparabel und Korblinie ($y = 3{,}05$), so stellt man fest, dass diese immer kleiner als x_k sind. Wie oben schon angedeutet, müssen wir uns darüber noch Gedanken machen, ob es „optimal“ ist, von der Korbmitte als Ziel auszugehen. Mit Abbildung 6-7 wollen wir diesen Gedanken ein wenig nachgehen.

Abb. 6-8

Für eine Abwurfhöhe von 2,20 m sind hier die gerade noch möglichen Wurfparabeln bei einer optimalen Abwurfgeschwindigkeit von 7,10 m/s und einem optimalen Abwurfwinkel von 51 ° aufgezeichnet.



Die Optimierung

Man sieht in Abbildung 6-8 deutlich, dass die Schnittpunkte der von der optimalen Wurfparabel (blau) abweichenden Graphen mit der Korblinie $y = 3{,}05$ (grün) im vorderen Teil des Korbes liegen. Wir haben also Abweichungen der Wurfparabeln in den hinteren Teil des Korbes gar nicht ausgenutzt. Es scheint so, als ob unsere Anfangsbedingung, genau die Korbmitte zu treffen, gar nicht so ideal bzw. optimal war. Dies liegt daran, dass durch eine Abwurfwinkeländerung nach oben (siehe z. B. schwarze Kurve) die Wurfweite des Balles immer kürzer wird.

Eine Verkleinerung des Abwurfwinkels β bringt kaum etwas, da sonst der Winkel ρ, mit dem der Ball auf den Ring zufliegt, zu klein ist und der Ball am Ring hängen bleibt. Man vergegenwärtige sich die Situation noch einmal an Abbildung 6-4. Man wird also versuchen, die Wurfparabel so zu optimieren, dass der Ball zunächst durch den hinteren Teil des Ringes fällt. Dies gelingt durch geringe Erhöhung der Abwurfgeschwindigkeit. Wir wollen dies wieder für eine Abwurfhöhe von 2,20 m durchführen. Wir erhöhen die Abwurfgeschwindigkeit geringfügig auf 7,12 m/s. Dies hat zur Folge, dass sich der Schnittpunkt der Wurfparabel mit der Korbhöhe um 4 cm vom Mittelpunkt des Korbs in Richtung „Brett" verschiebt.

Nutzt man nun die Gleichung (6-17) und spielt dort mit den verschiedenen Abwurfwinkeln, so sieht man, dass sich der erlaubte Abwurfwinkelbereich jeweils um fast ein Grad nach oben und unten erweitert. Unsere Überlegungen haben also Früchte getragen. Erhöht man allerdings den Winkel β nochmals um ein Grad, so wäre der Ball zu kurz, verringert man β noch um ein Grad, so ist der Einfallswinkel ρ zu klein. In Tabelle 6-2 sind der größte und kleinste Abwurfwinkel für eine Abwurfhöhe von 2,20 m aufgelistet, ebenso die berechneten (minimalen) Einfallswinkel beim Korb. Man erkennt, dass der Einfallswinkel ρ immer ein bisschen größer ist.

Tab.6-2

Die Winkelwerte für die optimierte Abwurfgeschwindigkeit

v = 7,12 m/s; h = 2,20 m; erlaubte Winkel 47,5° bis 56°			
Winkel	47,5°	51°	56°
Abweichung von der Korbmitte	0 cm	+4 cm	–6,5 cm
Einfallswinkel ρ	34,4°	39,8°	49,9°
minimaler Einfallswinkel	32°	39,2°	46,7°

Bei unserem Riesenspieler (h = 3,05 m) können wir bei einer Abwurfgeschwindigkeit von v = 6,45 m/s den Winkelbereich, in dem der Ball durch den Ring fällt, auf 12° (von 40° bis 52°) erweitern, also eine Winkelbereichserhöhung um insgesamt 3°. Das ist eine Verbesserung um mehr als 30 %.

Fassen wir zusammen: Das Entscheidende für einen erfolgreichen Freiwurf ist also eine für die Körpergröße passende Abwurfgeschwindigkeit v. Diese gilt es zunächst näherungsweise zu berechnen (Minimum der Funktion (6-20)), anschließend zu optimieren und dann zu trainieren. Ebenso konnten wir feststellen, dass große Basketballspieler beim Freiwurf einen Vorteil haben: Ihnen sind größere Winkelabweichungen erlaubt als kleineren Spielern. Zusätzlich kommt dazu, dass größere Spieler mit einer geringeren Geschwindigkeit abwerfen können und auf Grund der Armlänge länger und damit langsamer, also gefühlvoller beschleunigen können. Dies ist ein großer Vorteil und man spart sogar ein wenig Energie dabei. Theoretisch.

In der realen Spielsituation sieht die Sache natürlich ein wenig anders aus. Hier muss man dann auch noch Elemente des bewegten Basketballspiels berücksichtigen. Zum Beispiel hat man hin und wieder auch einen Gegner vor sich. Über diesen muss man dann drüber werfen. So ergibt es sich, dass der optimale Abwurfwinkel für Dirk Nowitzki nach Aussage von Holger Geschwinder bei 60° liegt.

Mathematische Begriffe und Formeln

- Trigonometrie
- Bewegungsgleichungen
- Parameterfunktionen
- Wurfparabel
- Differentialrechnung

Weiterführende Links

- http://www.zeit.de/2004/04/Sport_2fBasketball_kurz
- http://de.wikipedia.org/wiki/Basketball